

**Я.Р. Сальваровський,**  
учитель географії Черкаського фізико-математичного ліцею (ФІМЛІ),  
учитель вищої категорії, Заслужений вчитель України

## **ФОРМУВАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ НА УРОКАХ ГЕОГРАФІЇ**

Відповідно до сучасних тенденцій реформування освіти, мета і зміст уроків та позаурочних заходів спрямовані на формування компетентності.

Компетентність – набута в процесі навчання інтегрована здатність учня, у складі якої – знання, уміння, досвід, цінності та ставлення, що можуть цілісно реалізовуватись на практиці [1].

Однією з таких компетентностей є математична грамотність. Уміння застосовувати математичні (числові та геометричні) методи для вирішення прикладних завдань у різних сферах діяльності. Здатність до розуміння і використання простих математичних моделей, уміння будувати такі моделі для вирішення проблем.

Знання з математики потрібно і можна використовувати на уроках географії, починаючи з 6 і до 11 класу включно. Я завжди кажу учням, що математика – це старша рідна сестра географії. Ось чому, такі тісні міжпредметні зв'язки. Особливо це проявляється в практичній діяльності різних категорій людей. Ці знання потрібні для військовиків, особливо в теперішній час, моряків, будівельників, лісівників, аграріїв, туристів і т.д. Щоб вийти достойно з певних життєвих ситуацій, потрібно мати ґрунтовні знання з географії, математики і вміти вдало ними скористатись.

Є дуже багато тем з програмового матеріалу, а також і у олімпіадних завданнях, де ми можемо застосувати знання з математики за 7 та 11 класи.

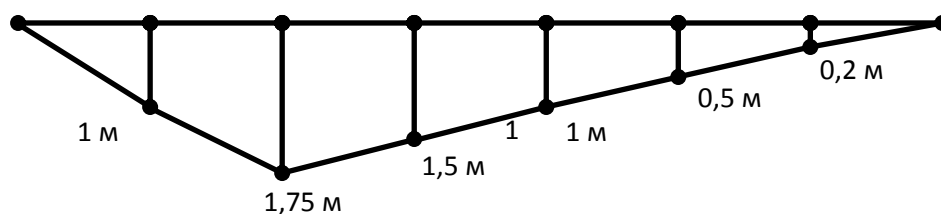
Я хочу поділитись з колегами матеріалами, які можна застосувати на уроках географії, математики та в позаурочний час.

### 8 клас

**Тема: Внутрішні води України. Як виміряти витрату води в річці та річний стік?**

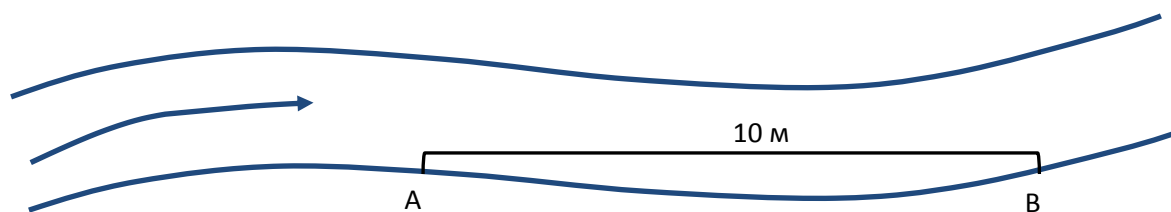
Потрібно виміряти ширину річки в метрах. Для цього через кожні 2 м вимірюємо її глибину.

Ми отримали наступні результати: 1м, 1,75м, 1,5м, 0,5м, 0,2м. Всього 13 метрів ширини річки. Тепер потрібно в масштабі в 1см : 1м накреслити поперечний профіль річки.



Слідуючим кроком потрібно знайти площу поперечного перерізу річки. Для цього ми повинні знайти середню глибину річки і перемножити на ширину. Сума промірів буде складати 5м 95см, ділимо на кількість промірів (6) і отримуємо 99,1см. Перемножуємо 13м і 99,1см отримуємо площу у м<sup>2</sup>. Це і є площа поперечного перерізу.

Для того, щоб розрахувати витрату води необхідно визначити швидкість течії річки. Для цього потрібно визначити два пункти на березі річки і виміряти відстань між ними.



Відстань від точки А до точки Б вимірюють кроками, попередньо визначивши середню довжину кроку (відстань в 50м проходять тричі і відраховують кількість кроків, які сумують і ділять на 3), вимірюємо певну відстань на березі річки. Маючи кусок кори з дерева або суху тріску, або брусок з легкого дерева ми кидаємо в річку теж тричі і отриманий результат сумуємо та ділимо на 3. Так отримуємо середню швидкість річки в м/с. Витрату води в річці ми визначаємо за формулою  $Q=S*V$ , де

$Q$  – витрата води (м<sup>3</sup>/с);

$S$  – площа поперечного перерізу (м<sup>2</sup>);

$V$  – швидкість течії річки (м/с) [3].

Витрата води неоднакова протягом року і змінюється відповідно до сезонів року. Тому потрібно проводити проміри декілька разів на рік.

Щоб визначити річний стік потрібно цифру витрати води перемножити на 60 сек, 60 хв, 24 год і 365 діб і отримаємо цифру річного стоку [2, с.113-118], [4, с.7-22].

Наступне завдання можна використовувати на уроках географії та математики.

### Задача

Учні під час екскурсії швидким кроком дійшли до озера за 1 год 45 хв. Середня відстань швидкої ходьби за 1 годину буде дорівнювати приблизно 5 км. Знайдіть відстань від села до озера.

### Розв'язання

1) 5 км = 5000 м

1 год – 60 хв

2) 5 000 м – 60 хв

X м – 45 хв

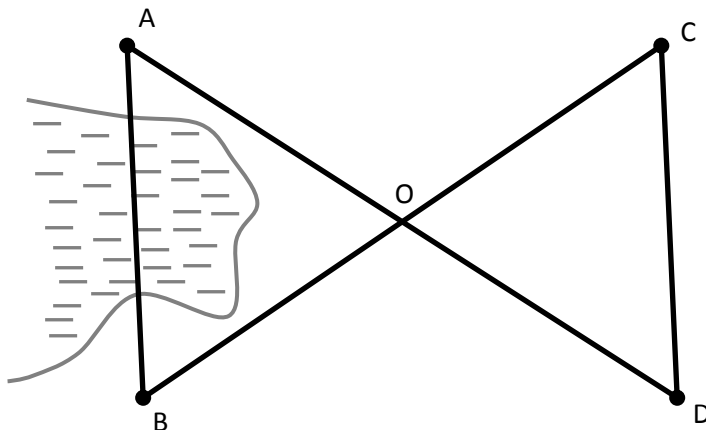
$$X = \frac{5000 * 45}{60} = 3750 \text{ (м)} = 3 \text{ км } 750 \text{ м}$$

3)  $5000 \text{ м} + 3750 \text{ м} = 8750 \text{ м} = 8 \text{ км } 750 \text{ м}$

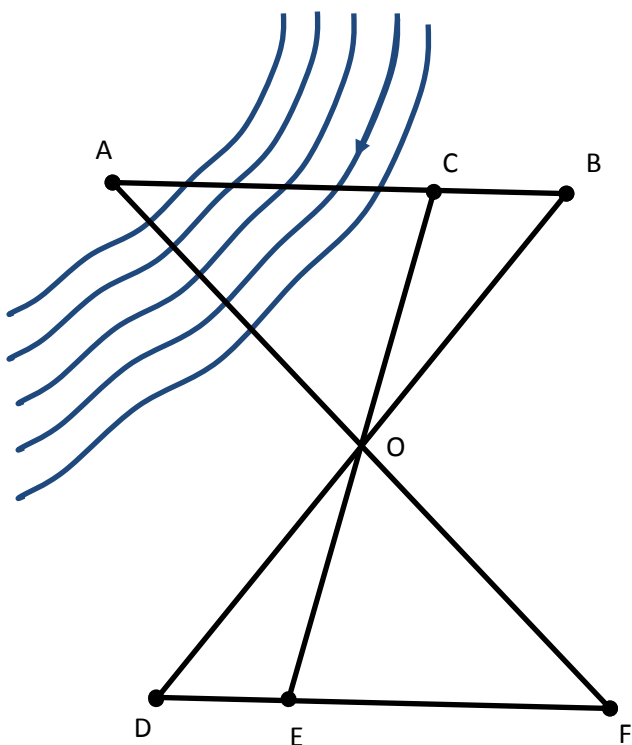
**Відповідь**

Відстань від села до озера становить 8 км 750 м

**Знаходження відстані, яка не доступна безпосередньому вимірюванню на місцевості**



Коли відстань між двома точками не може бути виміряною безпосередньо, то вона визначається методом побудови рівних трикутників. Припустимо, що нам треба виміряти відстань між точками А і В, які доступні для підходу, але відділені одна від одної озером. Вибираємо недалеко довільну точку О, із якої були б видні як точка А, так і точка В, від якої можна до них підійти. Прокладаємо по поверхні землі прямі лінії АО і ВО, продовжуємо їх за точку О, і вимірюємо відрізки  $OD=AO$  і  $OC=BO$ . Потім між точками С і D проводимо лінію CD і точно її вимірюємо. Ми отримали два рівних трикутники АОВ і СОD. Відповідно відстань між точками А і В буде дорівнювати відстані між С і D [5, с.118-119].



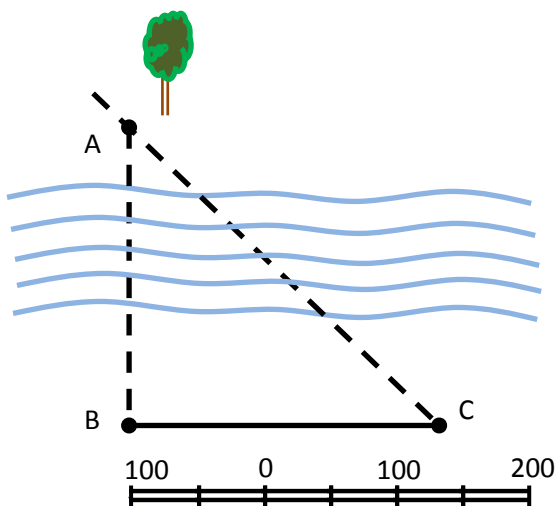
**Знаходження відстані між двома точками із яких одна недоступна (відділена річкою)**

Точка А недоступна для підходу. Тому на лінії АВ, яку потрібно виміряти відмічаємо довільно вибрану точку С, а також недалеко від неї точку О, так щоб було видно точку А і щоб можна було підійти до точок В і С. Потім проводимо від точки В лінію ВOD і від точки С лінію СОЕ таким чином, щоб відрізок  $OD=OB$  і відрізок  $OE=OC$ . Між точками D і E проводимо пряму лінію DE, яка паралельна АВ і рухаємось по

цій лінії до тих пір поки вона не пересічеться з продовженням лінії АО в точці F, яка лежить на одній прямій з точками A і O. Лінію DEF точно вимірюємо. Відстань між точками D і F буде дорівнювати відстані між A і B (так, як отримані нами трикутники AOB і DOF між собою рівні) [5, с.118-119].

## Знаходження ширини річки способом засічок

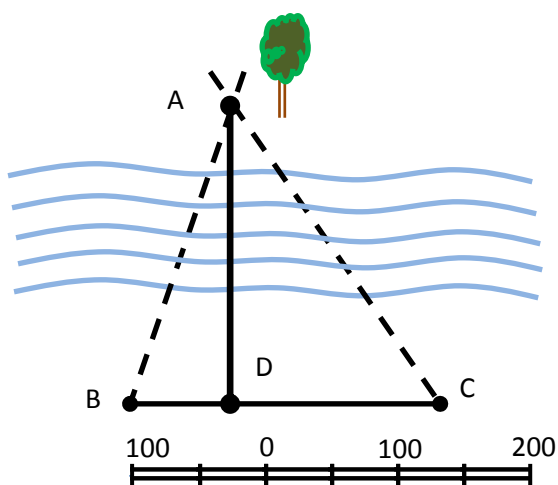
### I варіант



Вибираємо на протилежному березі річки добре видиму точку A і прямо навпроти неї на іншому березі точку B і на деякій відстані від неї вибираємо третю точку C. Відстань між B і C вимірюємо рулеткою або кроками і результат наносимо на планшет в певному масштабі. Потім зорієнтувавши планшет по компасу, із точки B наводимо візирну лінійку на точку A і викреслюємо на планшеті лінію BA. Потім переходимо в точку C і звідси

зорієнтувавши планшет по компасу візуємо на точку A і викреслюємо лінію CA. На планшеті отримуємо трикутник ABC. Потім вимірюємо на кресленні лінію AB (або частину її яка припадає на річку) і при допомозі масштабу вираховуємо її дійсну довжину, оприділяючи таким чином ширину річки.

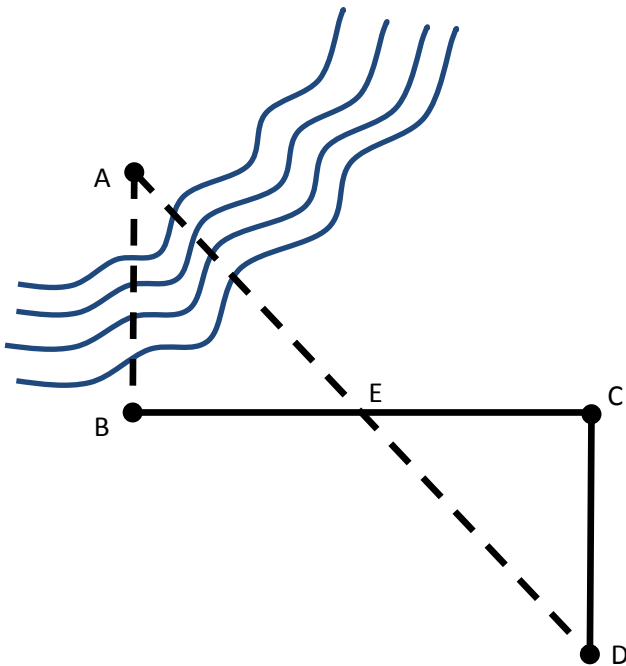
### II варіант



Якщо важко знайти біля самого берега ріки дві чітко видимі точки, які знаходяться прямо одна напроти одної, то вибирають вздовж берега ріки дві довільні точки B і C і вимірюють між ними відстань і за масштабом наносять його лінією BC на планшеті, потім знаходять на протилежному березі яку-небудь добре видиму точку A і візують на неї із точок B і C і викреслюють лінії BA і CA. Після цього із точки A

опускають перпендикуляр АД на лінію BC і вимірюють на кресленні по масштабу довжину перпендикуляра, і так визначають ширину річки.

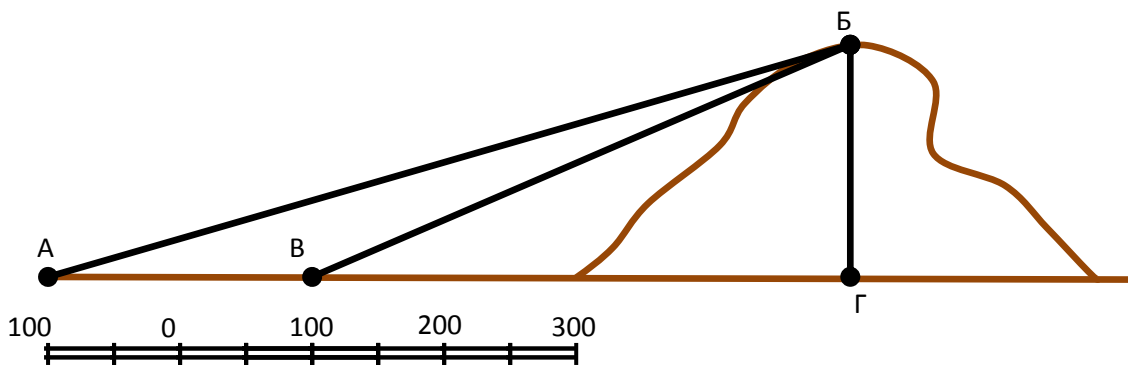
### Знаходження ширини річки шляхом побудови рівних трикутників



Візуємо із точки В на точку А, яка знаходиться на протилежному березі річки і проводимо лінію АВ. Потім від точки В відміряємо лінію ВС(довільної довжини) перпендикулярну до лінії АВ. Ділимо лінію ВС на два рівних відрізки ВЕ і ЕС. Потім із точки С проводимо лінію, перпендикулярну до ВС і рухаємось по ній до тих пір, поки не опиняємось на точці D, яка лежить на одній прямій з точками А і Е. Лінію СД точно вимірюємо. Звідси ширина річки

АВ буде дорівнювати відстані між точками С і D, тому що отримані нами трикутники ВЕА і СЕD між собою рівні [5, с.118-119].

### Знаходження висоти пагорба через побудову трикутника, якщо вершина не доступна



Із точки А візуємо на вершину пагорба В і визначаємо по транспортиру з виском кут між горизонтальною площиною і лінією АВ. Потім із точки А переходимо ближче до пагорба в точку В і вимірюємо відстань між А і В. Із точки В також візуємо на вершину пагорба і знаходимо кут, який утворився між горизонтальною площиною і лінією ВБ. Потім точно в певному масштабі будуємо в зошиті трикутник АВВ за відомими нам даними. Опускаємо на кресленні перпендикуляр із точки В на продовження горизонтальної лінії АВ, вимірюємо його довжину і таким чином можемо визначити висоту пагорба.

## Спосіб «тисячних» для знаходження відстаней

### Задача

Будинок в три поверхи (кожний з яких має висоту біля 4 метрів) закривається від ока шириною олівця діаметр якого 0,8см. Потрібно знайти відстань до будинку.

### Хід роботи

В артилерії і в стрілковій справі при знаходженні відстаней дуже часто застосовують так званий спосіб «тисячник». Одна тисячна представляє собою величину центрального кута кола, який опирається на дугу, довжина якої складає  $1/1000$  довжини радіуса (або  $1/6000$  кола і 16,66 тисячних відповідають одному градусу). Для того, щоб виміряти в тисячних кут, під яким видимий предмет на місцевості, потрібно використати лінійку з міліметровими поділками. Якщо тримати лінійку у витягнутій руці перед очима на відстані 50см, то один міліметр лінійки буде відповідати двом тисячним (одна тисячна частина радіуса в 50см довжини складає 0.5мм, а дві тисячних=1мм). Знаючи розміри видимого на місцевості предмета і вимірявши в тисячних кут, під яким ми бачимо предмет, ми легко можемо визначити відстань до нього. Для цього потрібно число метрів висоти або ширини предмета розділити на число тисячних, а потім помножити на 1000 по формулі  $D=(B/Y)*1000$ , де  $D$ -відстань до предмета,  $B$ -висота або ширина предмета в метрах.  $Y$ -кут в тисячних, під яким нам видно предмет. Наприклад: Якщо ми знаємо, що висота одноповерхового будинку в середньому складає 5 метрів, а ми її бачимо під кутом в 10 тисячних, то одна тисячна буде дорівнювати  $5/10$ , звідси відстань до будинку  $(5/10)*1000=500$  м [6, с.29-40].

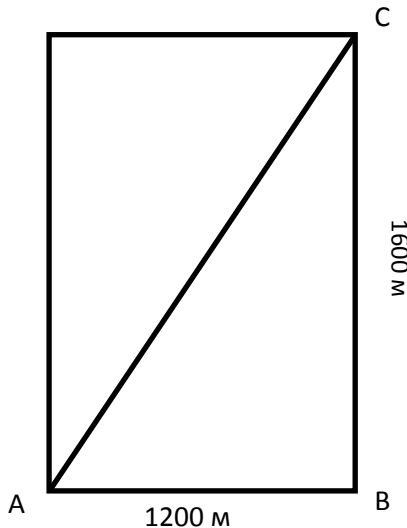
### Розв'язання:

- 1)  $4 \text{ м} * 3 = 12 \text{ м}$  – висота
- 2) Товщина олівця 8 мм
- 3)  $8 \text{ мм} = 16$  тисячних
- 4)  $(12 / 16) * 1000 = 750$  метрів

**План місцевості.  
Олімпіадне завдання для 9-го класу  
(як по географії так і по математиці)**

**Задача:** Поле має довжину (з півночі на південь) 1600 метрів, і ширину 1200 метрів. З кута в кут через поле прокладена пряма дорога. Викресліть план в масштабі 1 см : 200 метрів і знайдіть довжину дороги.

**Розв'язок:**



Масштаб: 1:200 м.  
 $\triangle ABC$  – прямокутний  
кут  $ABC = 90^\circ$

$$AB = 1200 \text{ м}$$

$$BC = 1600 \text{ м}$$

За теоремою Піфагора

$$AC^2 = AB^2 + BC^2, \text{ звідси}$$

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{(1200)^2 + (1600)^2} =$$

$$= 2000 \text{ м}$$

На плані 1 см = 200 м

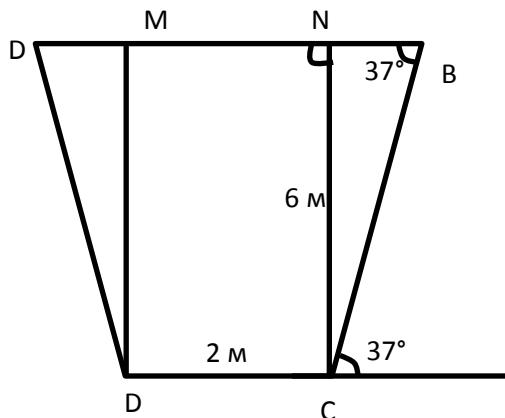
$$AB = 6 \text{ см}$$

$$BC = 8 \text{ см}$$

$$X \text{ см} - 2000 \text{ м}$$

$$X = \frac{1 \text{ см} \cdot 2000 \text{ м}}{200 \text{ м}} = 10 \text{ см} \text{ [5, с.152-153].}$$

**Олімпіадна задача для 9, 10 та 11 класів**



Ширина яру на поверхні 18 метрів, внизу біля дна - 2 метри, а глибина – 6 метрів. Схили однакової крутизни. Зробіть креслення поперечного розрізу і знайдіть довжину схилів і їх крутизну (в градусах).

$$AB = 18 \text{ метрів}$$

$$DC = 2 \text{ метри}$$

$$NC \perp AB; \quad NC = 6$$

- 1) Проведемо  $NC \perp AB$ ;  $DM \perp AB$
- 2)  $AD=CB$ , оскільки  $\angle A = \angle B$  (за умовою схили однакової крутизни)  
 $NC = MD = 6$  м – глибина схилу  
 $\triangle AMD = \triangle BCN$  (за гострим кутом і катетом)  
 З рівності трикутників слідує  $AD = BC$  та  $AM = NB$
- 3)  $DMNC$  – прямокутник ( $NC \perp AB$ ;  $DM \perp AB$ ;) )
- 4)  $AM = NB = \frac{AB-DC}{2} = \frac{18-2}{2} = 8$  метрів
- 5) З  $\triangle CNB$  ( $\angle CNB = 90^\circ$ ) за теоремою Піфагора  
 $BC = \sqrt{NC^2 + NB^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$  м
- 6)  $\sin \angle NBC = \frac{NC}{BC} = \frac{6}{10} = 0,6$   
 $\angle NBC = 37^\circ$
- 7)  $\angle PCB = \angle NBC = 37^\circ$ , як внутрішні різносторонні при  $AB \parallel DC$  та січній  $BC$  [5, с.189-191].

### СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Географія 10-11 класи програма (рівень стандарту). Пояснювальна записка. «Затверджено міністерством освіти і науки України» (наказ МОН України від 23.10.2017 №1407)
2. Довгань Г.Д. Підручник «Географія» для 8-го класу загальноосвітніх навчальних закладів/ Г.Д. Довгань, О.Г. Стадник – Харків: Видавництво «Ранок», 2016. - 272с.
3. Егоров Н.И. Топографическая карта. Пособие для учителей географии / Н.И. Егоров. – Москва: Государственное учебно-педагогическое издательство министерства просвещения РСФСР, 1949. – 104 с.
4. Костриця М.Ю. Практикум з географічного краєзнавства. Посібник для вчителів / М.Ю. Костриця. – Київ: Радянська школа, 1979. – 126с.
5. Мерзляк А.Г. Підручник «Геометрія» для 8-го класу загальноосвітніх навчальних закладів з поглибленим вивченням математики/ Мерзляк А.Г., Полянський В.Б., Якір М.С. – Харків Гімназія, 2011. – 153с.